

**PROGRAMME DU COURS “ÉQUATIONS AUX q -DIFFÉRENCES :
THÉORIE ANALYTIQUE ET GALOISIENNE”
PAR LUCIA DI VIZIO**

THÉORIES GALOISIENNES ET ARITHMÉTIQUES DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES
CIRM, 21-25 SEPTEMBRE 2009

L’objectif de ce cours est de présenter la théorie analytique et galoisienne des équations aux q -différences en mettant en avant les relations avec les autres cours de cette école. Il sera articulé en trois parties :

- (1) *Point de vue arithmétique/diophantien* : Application de la théorie des équations aux q -différences aux problèmes de rationalité et d’algébricité des fonctions (cf. [3], [7], [4]) et à l’hypertranscendance (cf. [6]). L’analogie du théorème de Siegel-Schidlovskii pour les équations aux q -différences (cf. [1], [2])
- (2) *Point de vue analytique (cas fuchsien)* : Théorie analytique des équations aux q -différences fuchiennes (cf. [11], [14]). Confluence de la matrice de Birkhoff vers la monodromie globale d’un système aux q -différences. Application à la théorie galoisienne (cf. [12], [10]).
- (3) *Point de vue analytique (cas irrégulier)* : Classification analytique des équations aux q -différences (cf. [9], [8] et travaux en cours). Construction des matrices de Stokes (cf. [13]).

Selon l’évolution des recherches en cours, il sera donné un poids différent à chacune de ces parties. Par exemple, dans la troisième partie, il y aura sûrement une digression sur le cas “ $|q| = 1$ ” (cf. [5]). Il y aura aussi quelques digressions sur le cas p -adique permettant de faire le lien avec le cours de B. Chiarellotto.

RÉFÉRENCES

- [1] Masaaki Amou, Tapani Matala-aho, and Keijo Väänänen. On Siegel-Schidlovskii’s theory for q -difference equations. *Acta Arithmetica*, 127 :309–335, 2007.
- [2] Daniel Bertrand. Multiplicity estimates for q -difference operators.
- [3] Jean-Paul Bézivin and Abdelbaki Boutabaa. Sur les équations fonctionnelles p -adiques aux q -différences. *Universitat de Barcelona. Collectanea Mathematica*, 43(2) :125–140, 1992.
- [4] Lucia Di Vizio. Arithmetic theory of q -difference equations. The q -analogue of Grothendieck-Katz’s conjecture on p -curvatures. *Inventiones Mathematicae*, 150(3) :517–578, 2002.
- [5] Lucia Di Vizio. Local analytic classification of q -difference equations with $|q| = 1$. preprint.
- [6] Charlotte Hardouin. Hypertranscendance des systèmes aux différences diagonaux. 24 p., to appear in *Compositio Mathematicae*.
- [7] Jean-Pierre Ramis. About the growth of entire functions solutions of linear algebraic q -difference equations. *Toulouse. Faculté des Sciences. Annales. Mathématiques. Série 6*, 1(1) :53–94, 1992.
- [8] Jean-Pierre Ramis, Jacques Sauloy, and Changgui Zhang. La variété des classes analytiques d’équations aux q -différences dans une classe formelle. *Comptes Rendus Mathématique. Académie des Sciences. Paris*, 338(4) :277–280, 2004.
- [9] Jean-Pierre Ramis, Jacques Sauloy, and Changgui Zhang. Développement asymptotique et sommabilité des solutions des équations linéaires aux q -différences. *Comptes Rendus Mathématique. Académie des Sciences. Paris*, 342(7) :515–518, 2006.

- [10] Julien Roques. Galois groups of the basic hypergeometric equations. A paraître dans Pacific Journal of Mathematics.
- [11] Jacques Sauloy. Systèmes aux q -différences singuliers réguliers : classification, matrice de connexion et monodromie. *Annales de l'Institut Fourier*, 50(4) :1021–1071, 2000.
- [12] Jacques Sauloy. Galois theory of Fuchsian q -difference equations. *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure. Quatrième Série*, 36(6) :925–968 (2004), 2003.
- [13] Jacques Sauloy. Algebraic construction of the Stokes sheaf for irregular linear q -difference equations. *Astérisque*, (296) :227–251, 2004. Analyse complexe, systèmes dynamiques, sommabilité des séries divergentes et théories galoisiennes. I.
- [14] Marius van der Put and Michael F. Singer. *Galois theory of difference equations*. Springer-Verlag, Berlin, 1997.